EL GENIO MALIGNO

ISSN: 1988-3927
Revista de Humanidades y ciencias sociales
Nº 5, septiembre de 2009

El espacio infinito

Alejandro Cervilla García

Introducción [1]

La búsqueda del infinito ha sido constante en el pensamiento matemático y filosófico, desde sus orígenes en la Grecia Arcaica hasta la ciencia contemporánea. Su motivación ha sido el deseo de explicar el mundo que nos rodea y la inconformidad del hombre ante la posibilidad de que exista un punto en el espacio más allá del cual no haya absolutamente nada, ni siquiera el vacío.

El objeto de este trabajo es investigar si es posible construir un espacio infinito. Para ello vamos a analizar las características de algunas edificaciones simbólicas que han pretendido representar el infinito a través de la literatura, la pintura, la escultura, el *land art* o la arquitectura.

El espacio infinito en la literatura de Jorge Luis Borges

> Un día o una noche –entre mis días y mis noches, ¿qué diferencia cabe? – soñé que en el piso de la cárcel había un grano de arena. Volví a dormir, indiferente; soñé que despertaba y que había dos granos de arena. Volví a dormir; soñé que los granos de arena eran tres. Fueron así multiplicándose hasta colmar la cárcel y yo moría bajo ese hemisferio de arena. Comprendí que estaba soñando; con un vasto esfuerzo me desperté. El despertar fue inútil; la innumerable arena me

> sofocaba. Alguien me dijo: no has despertado a la vigilia, sino a un sueño anterior. Ese sueño está dentro de otro, y así hasta lo infinito, que es el número de los granos de arena. El camino que habrás de desandar es interminable y morirás antes de haber despertado realmente. Jorge Luis Borges, *La escritura del dios*, *El Aleph*, 1949.

La idea del espacio infinito es recurrente en la literatura de Jorge Luis Borges. Acabamos de encontrar aquí una progresión infinita de sueños contenidos en otros sueños, procedentes a su vez, todos ellos, de un sueño inicial.

Pero veamos otro tipo de espacio infinito. La Biblioteca de Babel. Hallaremos entonces la sugerencia de aquél que se obtiene por adición indefinida de una unidad básica hexagonal:

> El universo que otros llaman la Biblioteca se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. Desde cualquier hexágono, se ven los pisos inferiores y superiores interminablemente. La distribución de las galerías es invariable. Veinte anaqueles, a cinco largos anaqueles por lado, cubren todos los lados menos dos; su altura, que es la de los pisos, apenas excede la de un bibliotecario normal. Una de las caras libres da a un angosto zaguán que desemboca en otra galería idéntica a la primera y a todas. A la izquierda y a la derecha del zaguán hay dos gabinetes minúsculos. Uno permite dormir de pie; otro satisfacer las necesidades finales. Por ahí pasa la escalera espiral, que se abisma y se eleva hacia lo remoto. *La biblioteca de Babel*, *Ficciones*, 1944.

Estos dos tipos de espacios son cárceles que inventa Borges para encerrar a sus ocupantes. Son construcciones laberínticas. Y si el sacerdote logra despertar de su sueño, pues el sueño es un laberinto finito: “Me sentí perdido. La arena me rompía la boca, pero grité: Ni una arena soñada puede matarme ni hay sueños que estén dentro de sueños. Un resplandor me despertó", el bibliotecario no puede escapar, porque la Biblioteca es uno infinito.

> Como todos los hombres de la Biblioteca, he viajado en mi juventud; he peregrinado en busca de un libro, acaso del catálogo de catálogos; ahora que mis ojos casi no pueden descifrar lo que escribo, me preparo a morir a unas pocas leguas del hexágono en que nací. Muerto, no faltarán manos piadosas que me tiren por la baranda; mi sepultura será el aire insondable; mi cuerpo se hundirá largamente y se corromperá y disolverá en el viento engendrado por la caída que es infinita. Yo afirmo que la Biblioteca es interminable.

¿Cuáles son las características de esta biblioteca tan especial?

a) Es un espacio uniforme: la visión que se tiene desde cualquier hexágono asomándose al pozo de ventilación, es siempre la misma. No hay ningún elemento que nos sirva de referencia, ni centro, ni periferia.

b) Es un espacio que se repite de una misma manera. A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de igual formato; cada libro es de cuatrocientas diez páginas de cuarenta renglones; cada renglón de unas ochenta letras. Sólo el contenido y el título los diferencia. Pero, por otro lado, esto impone una restricción en el número de libros, su número es finito. La única manera de que la Biblioteca sea infinita, es que cada cierto tiempo, se repitan los libros. La Biblioteca es ilimitada por la repetición hasta el infinito. Tras atravesar miles de salas hexagonales, comprobará el lector que los libros se repiten. Y esas salas hexagonales se repiten no sólo en horizontal, de manera ilimitada, sino también en vertical. Prueba de ello son las escaleras en espiral que se abisman y se elevan.

c) Es un espacio imposible de representar. Aunque conocemos la unidad básica, la sala hexagonal, no sabemos cómo es el contorno de la Biblioteca. Ignoramos cuáles son sus dimensiones. Y su percepción nunca es global, sino fragmentaria y sucesiva. No nos es dado ver el espacio de una sola vez, y por tanto, no somos capaces de construirlo, y menos aún imaginarlo.

Como hemos dicho, los espacios que ha ideado Borges son dos cárceles. Uno es un laberinto de sueños, el otro es un laberinto de células hexagonales. Ambas son complejas estructuras que engañan y desorientan al individuo. Y es quizás esta sensación de cárcel la que nos abruma.

Tipos de espacios infinitos

Hemos dicho que el laberinto de sueños en el que Borges encierra a su personaje, tiene su punto de partida en uno inicial que contiene a todos los posteriores. En la Biblioteca de Babel ocurre justo al contrario. También este espacio infinito se origina en una unidad básica primera, pero en este caso las unidades se van sumando unas a otras, de manera que el espacio crece y crece sin cesar. Al primer tipo de espacio infinito lo llama Cristina Grau [2] infinito por subdivisión. Es una progresión que tiende a lo infinitamente pequeño contenida en una unidad fácilmente abarcable. El segundo tipo es el espacio infinito por adición, y tiende a lo infinitamente grande. Este tipo de espacio es inabarcable.

Así entendido, el espacio infinito es un proceso. Una progresión que se puede desarrollar en dos sentidos, opuestos entre sí. Hacia lo infinitamente grande o hacia lo infinitamente pequeño.

Veamos entonces algunos ejemplos en los que el hombre ha intentado materializar lo infinito.

Comenzaremos por *Walking a line in Peru,* de Richard Long, una línea que se pierde en el horizonte. Al observador de a pie se le ofrece la ilusión de una perspectiva sin fin. Parece que a cada segmento de camino le sigue siempre otro segmento. Pero la visión aérea brinda la realidad de una senda finita, que se puede recorrer de un extremo a otro.

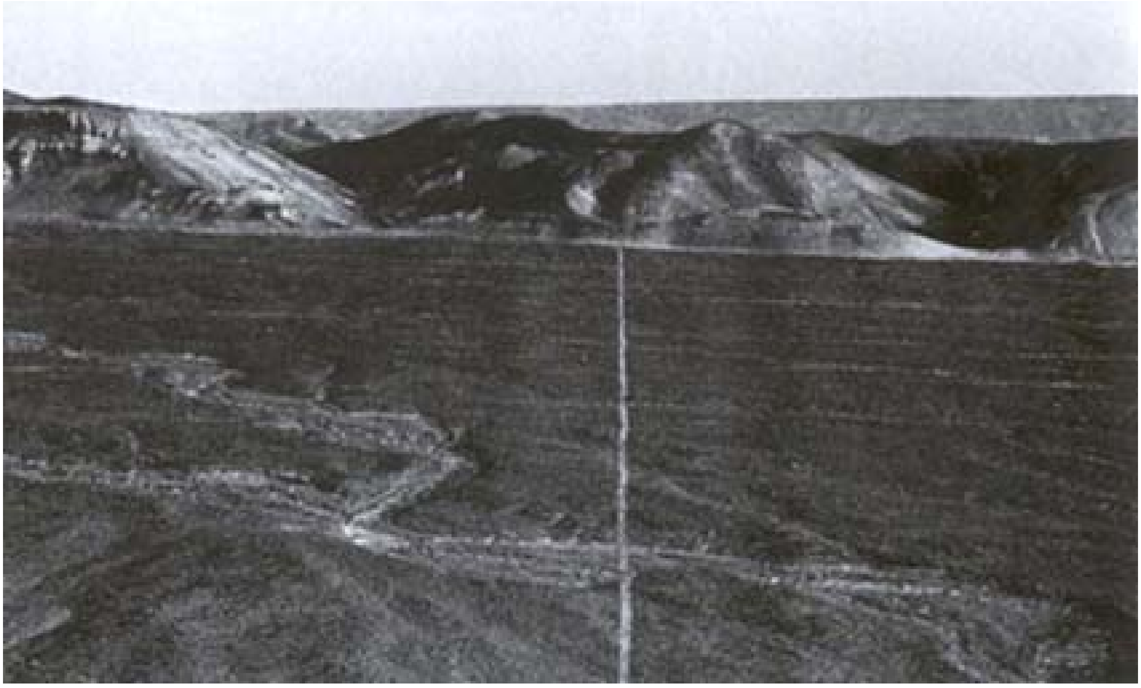

Figura 1

Walking a line in Peru. Richard Long. 1972

EL GENIO MALIGNO
ISSN: 1988-3927
Revista de Humanidades y ciencias sociales
Nº 5, septiembre de 2009

O el *Museo de Crecimiento Ilimitado* de Le Corbusier, concebido como un recorrido en espiral que se adapta a posibles ampliaciones de la colección.

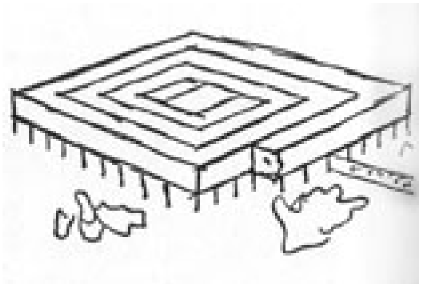

Figura 2

Museo de Crecimiento Ilimitado. Le Corbusier. 1931

Como en el caso de la Biblioteca de Babel, se trata en ambos de un espacio infinito por adición. Este tipo de construcciones nos muestran su limitación cuando abandonan el ámbito de la imaginación y se materializan. Sugieren una extensión que nuestra mente lleva al infinito, pero que nunca es capaz de presentarse de un modo completo.

La búsqueda de este tipo de espacios también ha sido una constante en el arte de Maurits Cornelis Escher [4].

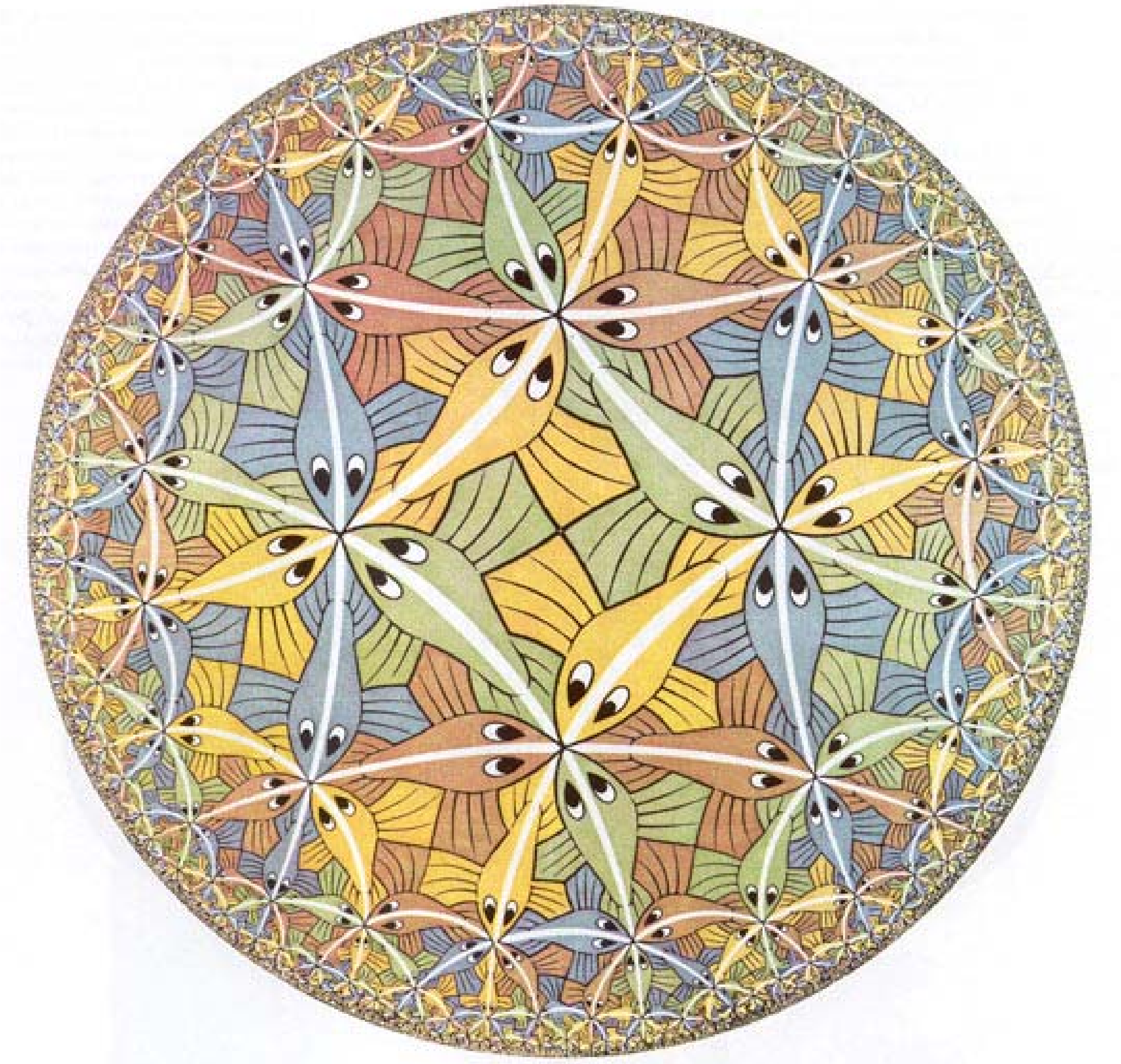

Figura 3

Límite circular III. M.C. Escher. 1959. Xilografía. Diámetro 41,5 cm. En este caso, la dimensión real de la obra es un dato de gran interés, pues nos sirve para admirar en qué reducido espacio ha conseguido aislar Escher un trozo de infinito.

En un artículo de 1959, expresó lo que le motivaba a representar el infinito: "Nos resulta imposible imaginar que, más allá de las estrellas más

ISSN: 1988-3927
Revista de Humanidades y ciencias sociales
Nº 5, septiembre de 2009

lejanas que vemos en el firmamento, el espacio se acaba, que tiene un límite más allá del cual ya no hay nada."

En sus primeros intentos dibujaba series de reptiles que iban aumentando en número y en tamaño desde el interior de la obra hasta el exterior. La extensión de estos mosaicos dependía siempre de la superficie de la tabla o lienzo donde se trazaban, pues siempre existía la posibilidad de que a la serie de reptiles se fueran agregando figuras cada vez más grandes.

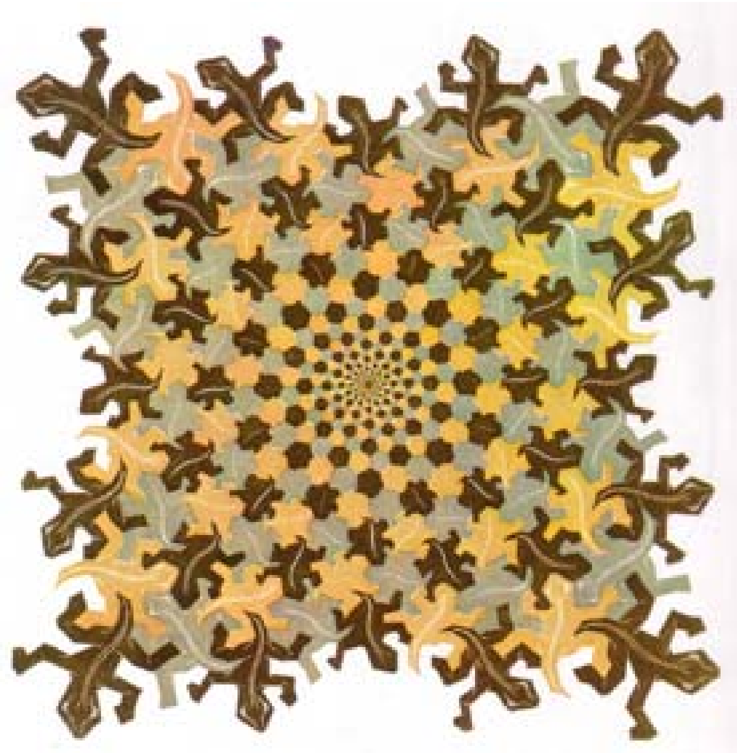

Figura 4
Evolución II. M.C. Escher. 1939. Grabado en madera

Para corregir este defecto decidió invertir el procedimiento. Surge así la serie de dibujos *Límite circular*, en los cuales la sucesión de animales converge desde el interior, donde se encuentran los elementos de mayor tamaño, hacia el exterior donde sitúa los elementos más numerosos y más pequeños, que nunca llegan a alcanzar la circunferencia límite. Esta estructura posibilita la representación de una superficie infinita sobre una superficie finita. Para esta serie Escher emplea el siguiente modelo del matemático Poincaré [5], basado en la geometría hiperbólica, y lo adapta a sus necesidades.

Figura 15.8c

Figura 5

Modelo de Poincaré que Escher halló en un libro del profesor H.S.M. Coxeter

El esqueleto de *Límite Circular III* consiste en segmentos de circunferencia que reducen su radio conformen se aproximan a la circunferencia límite exterior. Estos haces de circunferencias son ortogonales a la referida circunferencia límite. En su origen el dibujo consta de ocho haces de circunferencias ortogonales trazados sobre cuatro ejes que cortan al círculo en ocho porciones iguales. Los distintos haces no son ortogonales entre sí y se obtienen por rotación de un haz de inicio con respecto al centro O de la circunferencia límite. Una vez que el haz de circunferencias se va constriñendo, quedan espacios de la circunferencia límite sin cubrir, por eso se introducen nuevos ejes radicales y nuevos haces de circunferencias ortogonales. El proceso permite que, a medida que se aproximan los círculos trayectoria al círculo límite, vayan apareciendo nuevos haces de circunferencias que cubrirán toda la circunferencia límite.

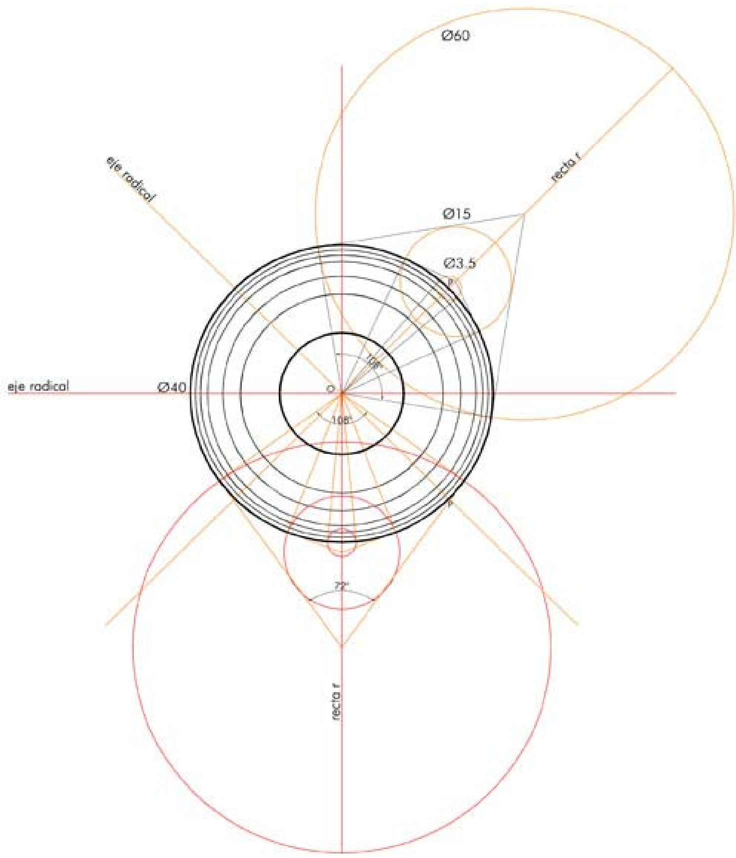

Figura 6

Esquema geométrico de la serie *Límite Circular*.

Dibujo de Alejandro Cervilla García

EL GENIO MALIGNO

ISSN: 1988-3927
Revista de Humanidades y ciencias sociales
Nº 5, septiembre de 2009

Sobre estos segmentos de circunferencia se van trazando las trayectorias de los peces, que naturalmente van aumentando en número de forma indefinida a medida que nos aproximamos al límite. Se subdividen cada una de las trayectorias circulares en un número indefinido de partes y se hace corresponder a cada una de las partes un pez.

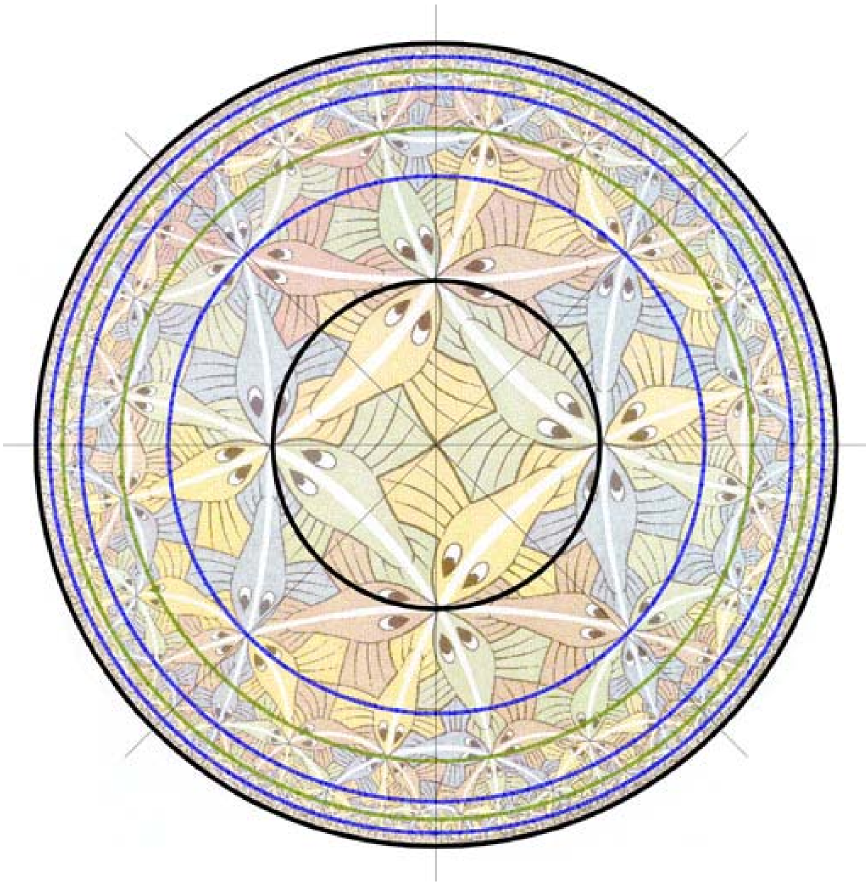

Figura 7

Esquema geométrico de *Límite Circular III*. Las trayectorias son los segmentos de color blanco. Las circunferencias azules muestran la subdivisión de los trayectos de los peces azules y rojos. Las verdes, muestran la subdivisión de los trayectos de los peces verdes y amarillos. Dibujo de Alejandro Cervilla García sobre la base de Escher

En este punto debo aclarar que Escher no hace una aplicación estricta del modelo geométrico. Su alma de pintor puede a su interés por la matemática, y eso le lleva a modificaciones del modelo, probablemente para poder rellenar toda la superficie con los peces sin que ello provocara una excesiva deformación de sus aletas y colas, que son los elementos que utiliza para resolver los encuentros. Observamos que las trayectorias de los peces rojos y azules responden a unas condiciones distintas de las trayectorias de los peces verdes y amarillos. Y eso es porque utiliza, no una, sino dos series distintas de circunferencias, que se aproximan a la circunferencia límite con una progresión diferente. El propio autor describe su dibujo del modo siguiente:

> En el grabado en colores Límite circular III se han eliminado, en cuanto fue posible, las deficiencias de Límite circular I. Ahora, tenemos solamente series con tráfico continuo, todos los peces pertenecientes a una serie determinada tienen el mismo color y nadan uno detrás del otro a lo largo de una vía semicircular que une dos puntos del borde. Cuanto más se aproximan al centro más grandes se vuelven. Al igual que todas esas filas de peces, que a una distancia infinita en algún punto del borde ascienden perpendicularmente como cohetes y luego vuelven a precipitarse en el vacío, ninguno de los componentes llega a tocar nunca el límite. Más allá de él se encuentra la nada absoluta. Y sin embargo, este rotundo mundo no podría existir sin el vacío que hay en torno a él. No sólo por la razón de que un interior presupone un exterior, sino también porque en la nada se encuentran los centros inmateriales, aunque perfectamente ordenados, de los arcos que estructuran el círculo.

Aquí, Escher está aportando otra característica esencial del espacio infinito: la continuidad. Los peces nadan uno detrás de otro, y nunca se llega a un pez más allá del cual no haya otro, pues la serie nunca llega a la circunferencia exterior ya que la subdivisión en intervalos de la trayectoria circular es infinita, al menos en teoría.

Si aislamos una de las trayectorias circulares obtenemos nuevas conclusiones.

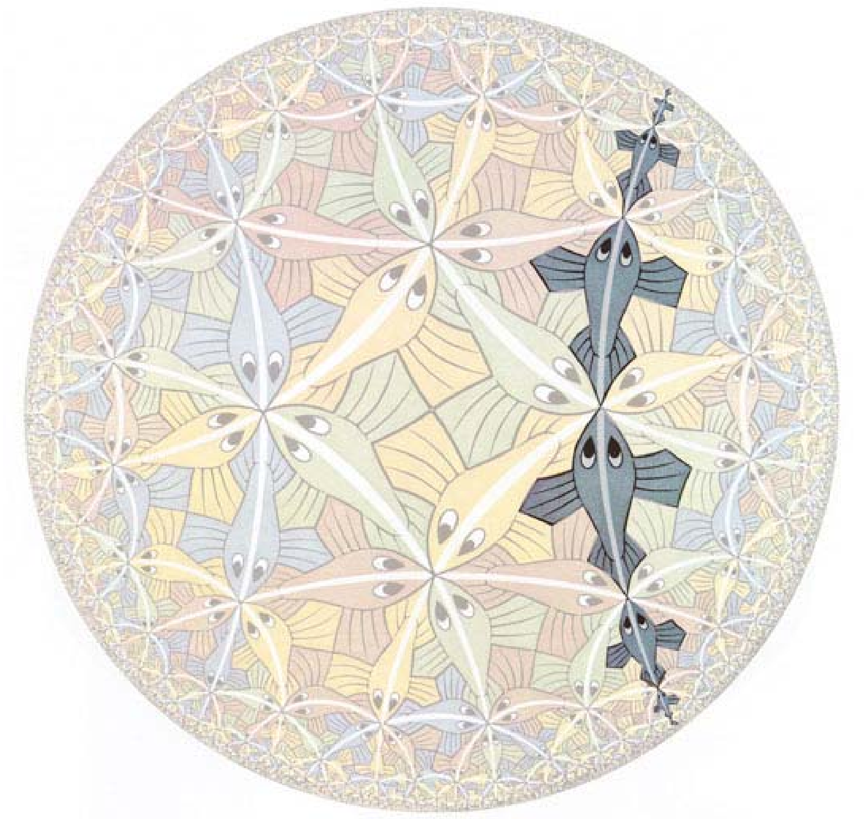

Figura 8
Esquema geométrico de *Límite Circular III*.
Dibujo de Alejandro Cervilla García sobre la base de Escher

La serie continua de peces y la indefinición del dibujo a medida que se aproxima al límite aluden a la idea de una trayectoria infinita, pero se trata de una construcción ilusoria, no real. La línea por la que discurren los peces está acotada entre dos puntos que son los de su intersección con la circunferencia límite. Su dimensión es finita, y puede ser recorrida de un extremo a otro en un intervalo de tiempo finito.

El trayecto no es infinito, pero se puede subdividir infinitas veces, y este proceso no puede ser representado ni construido, sino que queda simbolizado por la indefinición del dibujo en sus bordes.

Los peces no pueden llegar al final del camino porque decrecen a medida que se aproximan a él. El movimiento y la transformación del pez serán infinitos. Nadará para siempre, pero sobre un trayecto acotado.

Encontramos una paradoja similar a la planteada por Escher en la famosa carrera de Aquiles y la tortuga. Aquiles corre diez veces más ligero que la tortuga y le da diez metros de ventaja. Así, cuando Aquiles corre esos diez metros, la tortuga corre uno; cuando Aquiles ha recorrido ese metro la tortuga ha recorrido un decímetro; cuando Aquiles corre ese decímetro la tortuga corre un centímetro; Aquiles corre ese decímetro y la tortuga corre un milímetro, y así infinitamente, de modo que Aquiles puede correr para siempre sin alcanzarla. ¿Cómo es posible que en una pista de carreras, que es finita, pueda llevarse a cabo una carrera infinita? ¿Cómo es posible que el rápido Aquiles no pueda adelantar a la lenta tortuga?

De nuevo recurrimos a Borges, que nos explica con su exquisita precisión, la razón de tal paradoja [6]. Aunque el espacio situado entre dos puntos sea finito, puede ser infinitamente divisible, y si el movimiento de Aquiles y de la tortuga se compusiera de partes como las del intervalo, jamás el intervalo sería franqueado. Pero la verdad es que cada uno de los pasos de Aquiles es un indivisible acto simple, y que después de un número dado de esos actos, la suma del espacio recorrido por Aquiles hubiera sido superior a la suma del espacio recorrido por la tortuga. Aquiles habría adelantado a la tortuga, y habría llegado a la meta victorioso.

El dibujo de Escher, como la pista de carreras en la que corrieron ¿o siguen corriendo?, Aquiles y la tortuga, no es un espacio infinito, es una ilusión. Escher ha dibujado un proceso de subdivisión que tiende a infinito, y que por tanto no puede ser construido en su totalidad, quedando sólo sugerido.

Aparte de la pintura de Escher, podemos encontrar otros ejemplos de interés que trabajan con espacios infinitos contenidos en una estructura finita. Como las esculturas de Michelangelo Pistoletto [7], en las que juega con reflejos de espejos enfrentados. Las superficies bruñidas figuran y prometen un espacio infinito. Es una ilusión producida por un proceso: el movimiento de la luz que se refleja incesante entre los planos especulares. Lo infinito aquí no es el espacio, sino el número de veces que la luz se refleja entre los espejos.

Figura 9

División y multiplicación de espejos. Michelangelo Pistoletto

EL GENIO MALIGNO

ISSN: 1988-3927
Revista de Humanidades y ciencias sociales
Nº 5, septiembre de 2009

Figura 10
Metro cúbico de infinito. Michelangelo Pistoletto.
Seis espejos enfrentados, que forman un cubo de un metro cúbico de volumen, en cuyo interior se multiplican los reflejos. Como no podemos mirar el interior del cubo, sólo podemos imaginarlo.

Conclusión

Todos los ejemplos que hemos visto nos sugieren la idea de un espacio que tiende al infinito. Algunos, como la Biblioteca de Babel, nos abruman por la extensión sobrecogedora que llegan a alcanzar. ¿Qué extensión tendrá esa

Biblioteca, que toda una vida de deambular por sus galerías no consigue atravesarla? Aunque claro, se trata de un espacio literario, imaginado, sin realizar.

¿Por qué ninguno de los espacios que hemos traído aquí es realmente infinito? ¿Dónde está en verdad la esencia de un espacio infinito? Si hacemos un repaso comprobaremos que, de facto, todos los ejemplos que hemos visto representan una progresión que tiende al infinito.

Los sueños dentro de sueños son una progresión, como lo son la repetición de salas hexagonales de la Biblioteca, la línea que se extiende por el paisaje del Perú o el museo con forma de espiral. Como lo son las trayectorias de peces en el dibujo de Escher o los juegos especulares de Pistoletto. Son todos ellos, en definitiva, materializaciones de una progresión matemática que propende al infinito. Y también en todos los casos hay un instante en que la progresión se interrumpe. La de los sueños lo hace cuando el personaje despierta. La repetición de salas hexagonales no se extiende más allá de la duración del relato. Y lo mismo ocurre con la línea de Richard Long, con el Museo de Le Corbusier o con el brillante dibujo de Escher. Con mayor o menor audacia, con mayor o menor acierto, cortan dicha progresión en algún momento.

Y cuando se interrumpe la progresión, la ilusión se desvanece. Porque es el TIEMPO, el auténtico autor de un espacio infinito. Su verdadero arquitecto. Porque la clave de un espacio infinito es que está siempre en construcción. Que nunca está acabado.

Bibliografía

Borges, Jorge Luis. *Prosa.* Círculo de Lectores, Barcelona, 1975.

Capitel, Antón. *Las formas ilusorias en la arquitectura moderna.* Ediciones Tanais, Madrid, 2005.

Coxeter, H.S.M. *Fundamentos de geometría.* Editorial Limusa-Wiley, México, 1971.

Ernst, Bruno. *El espejo mágico de M.C. Escher.* Ed. Taschen, Colonia, 1994.

Escher, M.C. *Estampas y dibujos.* Ed. Taschen, Colonia, 2002.

Galofaro, Luca. *El arte como aproximación al paisaje contemporáneo.* Ed. Gustavo Gili, Barcelona, 2003.

Giedion, Sigfried. *Espacio, tiempo y arquitectura.* Ed. Dossat, Madrid, 1980.

Grau, Cristina. *Borges y la arquitectura.* Ediciones Cátedra, Madrid, 1989.

Martínez, Amalia. *Arte del siglo XX. De Andy Warhol a Cindy Shermann.* Servicio de publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia, 2000. Vol. 2.

Monteys, Xavier. *Le Corbusier. Obras y proyectos.* Ed. Gustavo Gili, Barcelona, 2005.

Prieto, Manuel. *Fundamentos geométricos del diseño en ingeniería.* Aula Documental de Investigación. UPM, Madrid, 1992.

Zellini, Paolo. *Breve historia del infinito*. Biblioteca de Ensayo Siruela. Ediciones Siruela, Madrid, 1991.

Notas

[1] Este artículo procede del trabajo que realicé para el curso de doctorado "Arquitectura como imagen del arte, del mundo y de la geometría" de la E.T.S. de Arquitectura de Madrid impartido en el año 2004 por los profesores Félix Ruiz de la Puerta y Juana Mª Sánchez González.

[2] Cristina Grau (Valencia, 1946) estudió Bellas Artes y Arquitectura en Valencia. Su obra ha sido expuesta en Ámsterdam, Miami, París, Madrid o Nueva York. Su pintura se inspira tanto en temas literarios como arquitectónicos, siendo el del laberinto y el de la ciudad los que se combinan con las fabulaciones literarias de Jorge Luis Borges o de Italo Calvino.

[3] Maurits Cornelis Escher (1898-1972), artista holandés, conocido por sus grabados en madera, xilografías y litografías que tratan sobre figuras imposibles, teselaciones y mundos imaginarios. Su obra experimenta con diversos métodos de representar espacios paradójicos que desafían a los modos habituales de figuración y ha interesado a muchos matemáticos.

[4] Jules Henri Poincaré (1854-1912), prestigioso matemático francés, científico teórico y filósofo de la ciencia. Poincaré es descrito a menudo como el último "universalista" (después de Gauss) capaz de entender y contribuir en todos los ámbitos de la disciplina matemática. En 1894 descubrió el grupo fundamental de un espacio topológico.

[5] Borges. *La perpetua carrera de Aquiles y la tortuga*. En *Discusión*. Publicado en 1932. Ver Borges, Jorge Luis. *Prosa.* Círculo de Lectores, Barcelona, 1975.

[6] Michelangelo Pistoletto, pintor y escultor italiano (1933). Su obra se encuadra dentro del arte *povera* y también en la corriente del nuevo realismo. Es muy conocido por sus pinturas de espejo.